
CIENCIAS DE LA TIERRA I - Parte A

Dr. ALEJANDRO G. GONZÁLEZ

*Departamento de Cs. Físicas y Ambientales
Facultad de Ciencias Exactas
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires*

Guías de Problemas
Primer Cuatrimestre - 2013

Versión: 17 de marzo de 2014-12:23

1 Descripción General de la Atmósfera

1.1. Problemas

Problema 1

Sabiendo que el radio de la Tierra mide 6370 km y asumiendo que la presión es igual a 1 atm a nivel del suelo, calcule la masa total de la atmósfera. Aproxime el valor de la gravedad por un valor medio de $9,8 \text{ m/s}^2$.

Problema 2

Suponga que la temperatura media entre 1000 y 900 mb en la atmósfera es 280°K . ¿Cuál es el espesor de la capa comprendida entre estas dos superficies isobáricas?

Problema 3

Si la tropopausa se ubica a 150 mb y la estratopausa a 1 mb , calcule la masa total por unidad de área de la estratosfera. Asuma que el valor de la gravedad es constante e igual a $9,7 \text{ m/s}^2$. ¿Cuan ancha sería la estratosfera si se llevase a temperatura (273°K) y presión normal (1 atm)?

Problema 4

Suponga que la Tierra es esférica, con centro de masa en su centro geométrico. Deduzca la fórmula para la variación de la aceleración de la gravedad g con la altura respecto a la superficie terrestre. ¿Cuál es la masa de la Tierra?

Problema 5

Suponga que desde los 1000 km en adelante la atmósfera se encuentra en equilibrio difusivo, con una temperatura constante de 1500°K , y que la concentración de moléculas de oxígeno O e hidrógeno H a 1000 km es $n_O = 10^6 \text{ cm}^{-3}$ y $n_H = 10^4 \text{ cm}^{-3}$, respectivamente. Estime la altitud para la cual el hidrógeno se vuelve más abundante que el oxígeno. Considere que la gravedad tiene un valor aproximadamente constante correspondiente a su valor promedio de $6,0 \text{ m/s}^2$ en esta región.

Problema 6

Suponga una atmósfera isoterma compuesta de helio y neón, en equilibrio difusivo. A cierta altura $p_{Ne} = 4 p_{He}$ (p_i : presión parcial de i). ¿A qué altura por encima de este nivel el helio se vuelve más abundante (en concentración volumétrica) que el neón? Asuma que

la gravedad promedio es de $g = 9,4 \text{ m/s}^2$. La temperatura es $T = 500^\circ K$.

Problema 7

Calcule la concentración de moléculas total para las siguientes condiciones:

1. A nivel del suelo, con $p = 10^3 \text{ mb}$, $T = 20^\circ C$,
2. a 100 km de altitud, con $p = 10^{-3} \text{ mb}$, $T = -50^\circ C$,
3. a 300 km de altitud, con $p = 3 \times 10^{-8} \text{ mb}$, $T = 1550^\circ K$.

Problema 8

Pulsos de 9 Mhz enviados por una ionosonda se reflejan con un retardo temporal de 2 ms . ¿Qué información, referente a la densidad electrónica, se deduce de esto?

Problema 9

Considere una región con campo magnético uniforme B . Describa la forma de las trayectorias de un protón que es colocado inicialmente con una velocidad v : (a) perpendicular al campo; (b) no completamente perpendicular al campo.

Problema 10

Calcule la velocidad de escape en la parte superior de la atmósfera $z \approx 110 \text{ km}$, ¿A qué temperatura la velocidad térmica de las moléculas de hidrógeno es comparable con dicha velocidad de escape? ¿Y para el nitrógeno y oxígeno? Comente los resultados.

1.2. Preguntas

1. Explique por qué la presión atmosférica siempre decrece con la altura
2. Es posible introducir rastros de vapor visibles a diferentes altitudes en la atmósfera. Debajo de 100 km , estos se distorsionan y rompen, mientras que por encima de esa altitud difunden hasta desaparecer. Explique la diferencia.
3. Dé una descripción cualitativa de la forma de la curva de temperatura en función de la altura, desde el suelo hasta la exosfera
4. ¿Por qué hay altas concentraciones de electrones libres en la exosfera? ¿Por qué esto no sucede a (i) mayores altitudes, (ii) a menores altitudes?
5. ¿Por qué se reciben mejor las emisiones de estaciones de radio remotas en la noche que durante el día?
6. ¿Qué es el viento solar?

DESCRIPCIÓN DE LA ATMÓSFERA

7. ¿Por qué el viento solar modifica el campo magnético terrestre?
8. ¿Qué son los cinturones de Van Allen?

2 Componentes de la atmósfera

2.1. Problemas

Problema 1

Sabiendo que la concentración de neón en la atmósfera es 18 ppm (en volumen), calcule la masa total de neón en la atmósfera.

Problema 2

Expresar la composición del aire seco en porcentajes de masa, para los cuatro constituyentes más importantes. Asumir un comportamiento de gas ideal.

Problema 3

La concentración de gases trazadores se expresa usualmente en ppm (o ppb) en volumen o en $\mu\text{g}/\text{m}^3$. Encuentre la equivalencia para el dióxido de azufre a 1 atm de presión y 0°C

Problema 4

Asumir que la tasa de mezcla másica del vapor de agua r (masa de vapor de agua por unidad de masa de aire) tiene los valores:

1. 2 g/kg entre 1000 mb y 900 mb;
2. 0.2 g/kg entre 300 mb y 200 mb;
3. 0.002 g/kg sobre la tropopausa situada a 200 mb.

¿Qué valores de *agua precipitable* (espesor de agua líquida que se obtendría si todo el vapor de agua se condensara) tendría en estas tres regiones, en mm? Considere a última región como de extensión indefinida en altura pero con r constante.

Problema 5

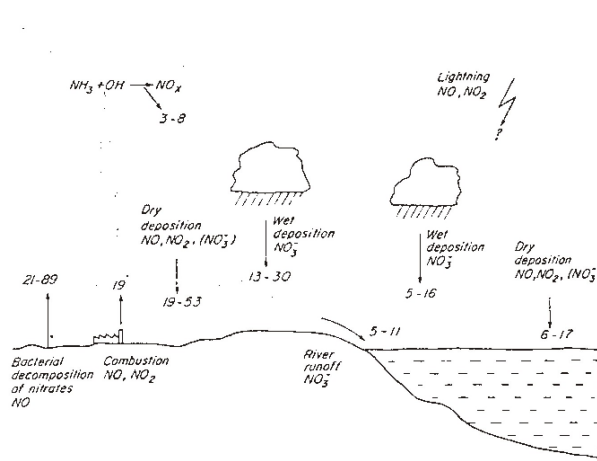
Asumiendo que el ingreso total F de sulfuro de hidrógeno en la atmósfera por año es de cerca de 30 Tg expresado en H_2S y que la concentración media es 0.2 ppb, haga una estimación del tiempo de residencia del H_2S antes que se convierta en otros compuestos o sea eliminado de la atmósfera.

Problema 6

Si el sulfito de hidrógeno se oxida y a través de una serie de reacciones, se transforma finalmente en sulfato de amonio, ¿qué masa de sulfato de amonio se produce por cada kilogramo de sulfito de hidrógeno?

Problema 7

Usando el flujo medio entrante F de amoníaco en la atmósfera dado en la figura y suponiendo que la concentración global media en la atmósfera (contando tanto los océanos como los continentes) es 1ppb, obtenga una estimación del tiempo de permanencia T .



Problema 8

Un aerosol continental posee 10^4 partículas de radios $\geq 0,1\mu m$ por cm^3 . ¿Cuántas partículas espera tener con radios $\geq 1\mu m$?

Problema 9

Halle la velocidad $v(t)$ como función del tiempo de una gota de lluvia de masa m y radio $r = 1,0\text{ mm}$ que cae en el aire. Debido al tamaño de la gota la fuerza de fricción es $F_f = -\epsilon v^2$. La gota comienza a caer con velocidad inicial nula y suponga que puede despreciar el empuje (poco importante para velocidades de caída grandes). Halle la escala temporal típica para que la gota llegue a su velocidad terminal. El coeficiente de fricción es $\epsilon = C_D \rho_{aire} A / 2$ con $C_D = 0,5$ el coeficiente de arrastre, A el área de la sección transversal presentada al aire y $\rho_{aire} = 1,29\text{ kg/m}^3$ la densidad del aire.

Puede serle de ayuda escribir la ecuación de movimiento para la velocidad y hacer el cambio de variables $v = d \ln u / dt$.

2.2. Preguntas

1. Los diferentes gases se encuentran mas o menos homogéneamente distribuidos en la atmósfera. ¿Cómo espera que sea afectado este grado de homogeneidad por los siguien-

- tes factores: abundancia total, tasa de reemplazo, reactividad, tiempo de residencia, origen?
2. ¿Espera que el neón esté distribuido uniformemente? ¿Y el SO_2 ? Explique.
 3. Discuta cuales son los gases que más fácilmente se pierden hacia el espacio interplanetario.
 4. ¿Qué gases son afectados por la fotosíntesis de las plantas?
 5. ¿Por qué la estratosfera baja es tan seca?
 6. ¿Podrá provenir el mismo aire seco de la estratosfera baja para latitudes medias, de la tropopausa luego de cruzarla en las regiones polares?
 7. ¿Espera que la presencia de SO_2 aumente o disminuya el pH del agua en las nubes? ¿Y la presencia de NH_3 ? Explique.
 8. Entre los óxidos del nitrógeno el NO se oxida fácilmente en la atmósfera a NO_2 . ¿Sucede algo similar con el N_2O ?
 9. Explique si la presencia de CO_2 ayudará a la disolución de NH_3 en las gotitas de las nubes.
 10. ¿Por qué es tan importante la radiación solar en la formación de *smog*?
 11. El ciclo del agua en la atmósfera juega un papel importante en la evolución de algunos gases en trazas. ¿Cuáles son esos gases?
 12. ¿Está el ciclo del agua en la atmósfera ligado al de las partículas en aerosoles?
 13. ¿Por qué las partículas en aerosoles en un rango cercano a $0,1\mu m$ se remueven más difícilmente que las más chicas o más grandes?

3 Termodinámica y cambios de fase

Problema 1

El calor latente de vaporización depende de la temperatura siguiendo la ley empírica de Regnault

$$L_v = (606,5 - 0,695T) \text{ Kcal/kg}$$

donde la temperatura se expresa en grados centígrados. Halle cuánto vale esta cantidad para 10° C , 30° C y 60° C . Use el resultado para discutir si esta variación explicaría la precipitación abundante en regiones tropicales.

Problema 2

Si la atmósfera está saturada con vapor de agua a -10° C , calcule:

1. la tasa de mezcla másica, en g/kg;
2. la tasa de mezcla volumétrica, en ppm.

Use la siguiente figura para hallar la presión de vapor saturada.

Problema 3

Considere 1kg de aire. ¿Qué masa de vapor de agua, en gramos, contiene, si está saturado

1. en el suelo, con una temperatura de 25° C y una presión de 1000 mb;
2. en la tropopausa a latitudes medias, con una temperatura de -50° C y una presión de 200 mb;
3. en la tropopausa tropical, con una temperatura de -80° C y una presión de 90 mb?

La presión de vapor del agua a 25° C es 31.67 mb, a -50° C es $3,910^{-2} \text{ mb}$, y a -80° C es $5,510^{-4} \text{ mb}$

Problema 4

Sabiendo que la presión de saturación de vapor del agua a 20° C es 23.37 mb, y que el calor latente de vaporización es $2,5 \times 10^6 \text{ J/kg}$, calcule la presión de saturación de vapor a 0° C .

Problema 5

Si la temperatura del aire es 30° C y se nos dice que la humedad relativa es del 75% ¿Cuál es la presión de vapor de agua?.

Problema 6

Se estima que el 50 % de la energía que llega a la Tierra desde el Sol se usa en evaporar el agua del océano y otros fenómenos relacionados. Por simplicidad supongamos que el agua se distribuye uniformemente en la superficie del planeta cubriéndolo completamente. Halle el espesor de agua evaporada en un año. La potencia por unidad de área que viene del Sol (llamada constante solar) es $1370\text{W}/\text{m}^2$ y el calor latente de evaporación es $L_v = 2,26 \times 10^6$ J/kg.

Problema 7

Estime la presión asumiendo que el gas ha llegado a desarrollar una distribución de velocidades de Maxwell y relacione este resultado con la velocidad térmica.

Problema 8

Suponga que considera una región tropical de forma tal que la atmósfera se asume aproximadamente isotérmica con una temperatura de 303 K. Hay una humedad del 80 % a nivel superficial y se puede considerar que hasta 1,5 km la distribución de vapor es uniforme. A mayores alturas el aire es seco. ¿Cuánta agua precipitable hay? ¿Qué sucede si la temperatura es 275 K?

4 Radiación

4.1. Problemas sobre radiación

Problema 1

Considere una radiación de longitud de onda $\lambda = 230 \text{ nm}$. Calcule: (a) su frecuencia, (b) la energía de un fotón, (c) la energía por mol. ¿Puede esta radiación disociar la molécula de O_2 ? La energía de disociación correspondiente es 494 kJ/mol .

Problema 2

Calcule la potencia irradiada por un cuerpo negro a 500° C cuya superficie es de 10 cm^2 .

Problema 3

(a) ¿Cuánta potencia de radiación emitirá un cuerpo negro a 6000 K para λ entre 500 y 550 nm ? Considere el intervalo como diferencial y verifique si el resultado concuerda con la figura del libro de texto. (b) ¿Cuál sería el resultado para un cuerpo con una absorción $A = 0,3$ en este intervalo?

Problema 4

Derive la ley de Wien $\lambda_m T = \text{constante}$ usando la ley de Planck.

Problema 5

Si el máximo de $E_2 = f(\lambda)$ ocurre para $\lambda = 500 \text{ nm}$ para la radiación solar, y la temperatura del Sol es cercana a 6000 K , ¿dónde estará el máximo de E_l para la radiación terrestre desde el suelo a 300 K ?

Problema 6

Sabiendo que la constante solar S (radiación solar recibida fuera de la atmósfera por unida de tiempo y de área normal) es $2,0 \text{ cal/cm}^2 \text{ min}$ y que el radio solar es $6,9 \cdot 10^8 \text{ m}$, deduzca la temperatura efectiva del Sol

Problema 7

La radiación solar llega al suelo con una tasa de $0,9 \text{ cal/cm}^2 \text{ min}$. El suelo se considera que posee una absorción integral A de $0,2$ en las ondas cortas (radiación solar) y de 1 en las ondas largas (radiación terrestre). (a) ¿Cuál será la temperatura de equilibrio radiativo de

la superficie terrestre? (b) ¿Cuál será la temperatura de estado estacionario si la mitad de la energía absorbida se pierde por conducción al aire y a las capas más profundas del suelo?

Problema 8

Asuma que se colocan n techos de vidrio encima del suelo y uno sobre otro, y que se alcanza el equilibrio radiativo luego de un tiempo. Suponga que no hay conducción de calor a través del aire, o hacia abajo de las capas cercanas al suelo. La radiación solar se recibe en el vidrio superior con una densidad de flujo E . La radiación desde la atmósfera encima del vidrio superior es despreciable. El suelo tiene albedo nulo y no hay reflexión sobre las placas de vidrio. (a) Calcule la temperatura de cada placa y del suelo, en función de la temperatura del vidrio superior. Numere las placas desde la de arriba (con temperatura T_1). La temperatura del suelo es T_0 . (b) ¿Cuál es el valor de T_0 si $n = 5$ y $E = 0,5 \text{ cal/min cm}^2$?

Problema 9

En un cierto instante (al mediodía durante el equinoccio) y a una longitud, el Sol se encuentra en su cenit sobre el ecuador. (a) Compare la radiación incidente en la parte superior de la atmósfera, por unidad de área, para el ecuador y 60° de latitud norte sobre el mismo meridiano. (b) si la temperatura en el suelo es de 310 K en el ecuador y 270 K a 60° norte, de la razón de emisiones desde el suelo.

Problema 10

La distancia entre el Sol y la Tierra varía durante el año. Es mínima en Enero y cerca de un 3.3% mayor en Julio cuando es máxima. ¿Cuál será el cambio estacional en la temperatura efectiva?

Problema 11

Si la temperatura media de la superficie terrestre es 288 K y el albedo medio de la Tierra y la atmósfera para la radiación solar es 35%, halle la absorción efectiva de la atmósfera para la radiación de onda larga

Problema 12

Suponga que la Tierra refleja el 35% de la radiación solar incidente y que la atmósfera, que es transparente a la radiación de onda corta, actúa como una única capa isotérmica que absorbe el 80% de toda la radiación de onda larga. Halle las temperaturas de la atmósfera y la superficie terrestre suponiendo un equilibrio global.

4.2. Preguntas

1. Se tienen dos bandas de platino, una pulida y la otra cubierta con negro de platino (platino finamente dividido) que aumenta la absorción en el visible. Ambas bandas se calientan a 1000° C . ¿Cuál aparecerá más brillante?

2. ¿Es la radiación de "longitud de onda larga", emitida por el suelo, capaz de producir reacciones químicas en la atmósfera? ¿Es capaz de aumentar la energía de rotación de algunas moléculas?
3. ¿Por qué hay una temperatura máxima en la estratopausa?
4. ¿Por qué no se producen átomos de oxígeno en la troposfera y por qué hay una concentración máxima [O] cerca de los 1000 km de altura?
5. ¿Por qué es la capa de ozono tan importante para la preservación de la vida?
6. Encima de los 1500 km el hidrógeno y el helio son los gases dominantes en la exosfera. Explíquelo.
7. ¿Por qué hay más iones negativos en la ionosfera alta?
8. ¿Por qué las reacciones como la recombinación de un ion positivo con un electrón se vuelven menos importantes a medida que la altitud es mayor?
9. Los colores de las estrellas se relacionan con su temperatura, mientras que los de los planetas no. Explíquelo.
10. Las nubes bajas emiten más radiación infrarroja que las latas de espesor comparable. Explíquelo.
11. Las inversiones de temperatura tienden a formarse en la noche inmediatamente encima de la parte superior de las capas de nubes. Explíquelo.
12. La temperatura efectiva de la Tierra es menor que la temperatura media de la superficie terrestre por cerca de 30 K. Explíquelo.
13. La temperatura efectiva de Venus es menor que la de la Tierra, aún cuando se halla más cerca del Sol. Explíquelo.
14. Explique por qué el humo se usa en la agricultura para prevenir el peligro de helada.

5 Estabilidad Vertical

5.1. Problemas sobre estabilidad vertical

Problema 1

En la madrugada el perfil de temperatura potencial en una capa cercana a la superficie puede describirse por la expresión:

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \exp\left(\frac{z}{h_1}\right) - \frac{z}{h_2},$$

con $h_1 > h_2$. La condensación puede ignorarse.

1. De las condiciones para la estabilidad vertical
2. Halle el perfil de frecuencias
3. Determine la distribución límite de θ para $t \rightarrow \infty$, luego que ha habido suficiente calentamiento en la superficie como para que se desarrolle la convección.

Problema 2

La temperatura potencial en una capa varía con la ley

$$\frac{\theta}{\theta_0} = -(z - a)^2 + a^2 + 1, \quad z > 0$$

1. De las condiciones sobre z para que sea estable
2. ¿Cuán grande debe ser un desplazamiento vertical para liberar una porción de aire de esta capa si originalmente se hallaba en $z = 0$?

Problema 3

Una capa de aire cerca de la superficie posee la siguiente distribución de temperatura en función de la altura z :

$$T(z) = T_0 \frac{a}{a + z}$$

donde $a > 0$ y $T_0 > a\Gamma_d$ con Γ_d el gradiente adiabático.

1. Determine el perfil de temperatura potencial.
2. Halle el criterio de estabilidad vertical para esta estratificación y las zonas donde es estable.

Problema 4

Una masa de aire asciende del suelo a $1000mb$ de presión hasta el nivel de $500mb$. No hay condensación. Asuma que el aire no se mezcla ni intercambia calor con el entorno. La temperatura inicial es $20^{\circ}C$.

1. ¿Cuál será la temperatura final de la masa de aire?
2. ¿Cuales serán las temperaturas potenciales inicial y final?
3. Asumiendo que el (*lapse rate*) gradiente de la temperatura de la atmósfera (entorno) es $\beta = 6^{\circ}K/km$, constante con la altura, calcule la altitud del nivel $500mb$.
4. Halle la temperatura del entorno a ese nivel.

Problema 5

Dos masas iguales de aire a presión constante se mezclan. Sus temperaturas y presiones de vapor de agua son:

$$T_1 = 23,8^{\circ}C, e_1 = 25,5mb$$

$$T_2 = -6,4^{\circ}C, e_2 = 2,1mb$$

1. Determine la humedades relativas de ambas masas de aire (humedad relativa = razón entre la presión de vapor de agua y presión de saturación)
2. Determine si la mezcla resultante dará lugar a neblina. Si se forma niebla, ¿puede tomar la diferencia entre e final y la presión de vapor de saturación a la temperatura final, para calcular la cantidad de agua líquida en la niebla? Explique

Problema 6

Asuma que el aire cerca del suelo está a una presión $p_0 = 1000mb$ y una temperatura T_0 . La temperatura decrece con la altura con un gradiente constante, de forma que a $500m$ alcanza T . Considere los dos casos siguientes: (i) $T_0 = 30^{\circ}C, T = 24^{\circ}C$ (ii) $T_0 = 20^{\circ}C, T = 17^{\circ}C$

1. Halle la presión p a $500m$ en cada caso.
2. Calcule la temperatura potencial θ en el suelo y a $500m$ para cada caso.
3. Calcule el gradiente β en cada caso. Explique si el aire es o no estable, y en el último caso, qué sucederá.
4. Dé las condiciones de estabilidad en términos de la variación de la temperatura potencial, en lugar de en términos de β .

Problema 7

Considere una caída térmica en la troposfera de $\Gamma = 7^{\circ}K/km$ y una tasa de mezcla que varía como $r = r_0 \exp(-z/h)$, con $h = 2$ km. Estudie la estabilidad de la troposfera para: (a) latitudes medias con $r_0 = 5$ g/kg y (b) en los trópicos para $r_0 = 25$ g/kg.

6 Física de las Nubes y Electricidad Atmosférica

6.1. Problemas sobre aerosoles y nubes

Problema 1

Considere un núcleo de NaCl de masa $3 \cdot 10^{-14}g$. Derive:

1. El radio de una gotita que contiene este núcleo en solución, para la cual la presión de vapor e_r es exactamente igual a la del agua pura con una superficie plana e_s .
2. El radio crítico por encima del cual el núcleo se vuelve activo.

Los dos resultados serán del orden de magnitud de micrómetros. Puede usar este hecho para simplificar los cálculos.

Note que al calcular las razones molares, cada peso en fórmula (peso molecular: M_{NaCl} de NaCl debe ser considerado como 2 moles, debido a la disociación total en la solución. $T = 0^\circ C$

Problema 2

Muestre que la tasa de crecimiento de la masa de una gota por coalescencia está dada por

$$\frac{dm}{dt} = \pi a^2 E_\rho \Delta w$$

donde a es el radio de la colectora y Δw es la diferencia entre la velocidad de caída de la colectora y población de pequeñas gotitas colectadas.

Problema 3

Una gota de agua que contiene $3 \cdot 10^{16}$ gramos de cloruro de sodio tiene un radio de $0,3\mu m$.

1. Calcule su presión de vapor.
2. Si la gotita está en equilibrio con su entorno, ¿cuál es la supersaturación (expresada en porcentaje) de su entorno?

(Nota: Al calcular las razones molares, cada peso en fórmula (peso molecular: M_{NaCl}) de NaCl debe ser considerado como 2 moles, debido a la disociación total en la solución) La temperatura es $25^\circ C$. A esta temperatura, la saturación de presión vapor es $e_s = 31,67mb$.

Problema 4

Una gota de agua pura está creciendo por condensación en una atmósfera mantenida a 0,2% de súper saturación de vapor de agua. La función

$$f(T, p) = \frac{RTp}{DMe_s} + \frac{L_v \rho}{KTM} \left(\frac{L_v}{RT} - 1 \right)$$

(donde R = constante de los gases, T = temperatura absoluta, p = presión, ρ = densidad de agua líquida, D = coeficiente difusión de vapor de agua en el aire, M = peso molecular del agua, e_s = presión de vapor saturación a T , L_v = calor molar de vaporización, K = conductividad térmica del aire) se asume que permanece constante, con un valor $10^{10} s/m^2$. Para el presente cálculo, se hace la aproximación de despreciar los efectos de curvatura y ventilación.

1. Grafique dR/dt (donde R = radio de la gota y t = tiempo) como una función de R , entre $R = 2\mu m$ y $R = 20\mu m$.
2. ¿Cuánto tarda la gota en crecer
 - a) desde $R = 2\mu m$ a $R = 5\mu m$;
 - b) desde $R = 5\mu m$ a $R = 10\mu m$;
 - c) desde $R = 10\mu m$ a $R = 20\mu m$?

Problema 5

Una esfera moviéndose en un flujo viscoso en un fluido experimenta una fuerza de arrastre dada por la ley de Stokes: $f_{arrastre} = 6\pi\eta r v$ donde η = viscosidad del fluido, R = radio de la esfera, v = velocidad. Derive una expresión $v = v(r)$ para la caída en el aire de gotitas que no excedan cerca $30\mu m$ de radio, un proceso para el cual el flujo de aire es viscoso.

Problema 6

Una gota crece por acreción a medida que cae a través de una nube de gotitas uniforme de radio $r = 10\mu m$, a cerca de $900mb$ y $0^\circ C$. Un conjunto de valores estimados de eficiencias de recolección y de las velocidades terminales de la gota en crecimiento está dado por la siguiente tabla, para diferentes valores del radio R :

R (μm)	E	V(cm/s)
30	0.17	10.9
40	0.45	18.7
60	0.56	36.1
80	0.62	56.0
100	0.69	74.7

La velocidad terminal de las gotitas en la nube es $1,3cm/s$. El contenido de agua líquida de la nube es $2g/m^3$.

1. Calcule la tasa de crecimiento dR/dt entre $R = 30\mu m$ y $R = 100\mu m$, y gráfiquela en función de R .

2. Grafique dt/dR en el mismo gráfico y haga una estimación del tiempo que requiere la gota para crecer de 30 a $100\mu m$ de radio.

Problema 7

Asuma que una gota en una nube crece desde un radio inicial de $1\mu m$ en las siguientes condiciones ideales: $(S1) = 0,05\%$; $f(T, p) = 2 \times 10^6 s/cm^2$ (cf. la formula (3) en el texto); aparte de la gota en crecimiento, la nube esta formada por gotas uniformes de $10\mu m$ de radio, que representan un contenido de agua líquida de $w = 2g/m^3$. Las gotitas en la nube de $10\mu m$ caen a $1,26cm/s$. La velocidad terminal V de la gota en crecimiento y un conjunto de estimaciones de las eficiencias de recolección E con respecto a las gotas de $10\mu m$ de radio a $900mb$ están dadas en la siguiente tabla, donde R es el radio.

$R(\mu m)$	$V(cm/s)$	E
15	2.9	0.012
20	5.1	0.023
25	7.6	0.054
30	10.9	0.17
40	18.7	0.45
60	36.1	0.56
80	56.0	0.62
100	74.7	0.69
200	168.0	0.78
400	336.0	0.87
1000	650.0	0.88
2500	910.0	0.83

1. Calcule la tasa de crecimiento dR/dt para los dos procesos (condensación y acreción) y el valor combinado, y grafique los valores en función de R .
2. Usando el gráfico anterior estime el tiempo que le toma a la gota para crecer desde 10 a $25\mu m$.

Problema 8

Asuma que una nube tiene uniformemente 2 gramos de agua líquida por metro cúbico de aire en la forma de gotitas de $10\mu m$ en radio. Una gota de $150\mu m$ de radio, inicialmente cercana a la base, es transportada hacia arriba en una corriente ascensional de $10m/s$, mientras crece por acreción. Cuando su tamaño es suficientemente grande, cae y sale de la nube.

1. ¿Cuál es el tamaño final?
2. ¿Cuál sería el espesor mínimo de la nube, para que este proceso fuese posible?

Asuma que los tamaños relevantes de las gotas y altura de la nube, la velocidad de caída pueden ser aproximados por la relación $V \sim 8,8R$, donde R es el radio de la gota en mm y V es dada en m/s . Las aproximaciones $V \gg v$ y $[1 + (r/R)]^2 \sim 1$ puede también hacerse (donde v es la velocidad de caída y $r = 10\mu m$ es el radio de las gotitas en la nube). La eficiencia de recolección E puede aproximarse por un promedio de 0,8.

Problema 9

De una expresión de la barrera de potencial que debe superar una gotita al condensarse.

Problema 10

Determine el radio crítico a 0,2% de sobresaturación para una gotita de agua pura. ¿Cuan grande debe ser una gotita que contiene $10^{-16}g$ de cloruro de sodio para crecer espontáneamente?

Problema 11

El flujo alrededor de una esfera de radio a y velocidad w que está cayendo, es laminar si el número Reynolds

$$Re = \frac{\rho aw}{\mu}$$

es menor que 5000. $\mu = 1,7 \cdot 10^{-5}kgm^{-1}s^{-1}$ es el coeficiente de viscosidad del aire. Bajo estas circunstancias la esfera sufre una fuerza viscosa de arrastre de Stokes:

$$D = -6\pi\mu aw$$

1. Calcule la velocidad terminal de gotitas esféricas en una nube y establezca para qué rango de a será aplicable la fórmula hallada.
2. Si el flujo que rodea las gotas permanece laminar, cuánto deben crecer las gotitas antes que una corriente ascendente de $1m/s$ no pueda sostenerlas más.

Problema 12

Estime el tiempo que necesitan partículas de polvo volcánico de densidad $2,6 \cdot 10^3kg/m^3$ para alcanzar la superficie terrestre desde una altura correspondiente a $50mb$ suponiendo que las mismas son esféricas con radios medios de $1,0\mu m$. Repita con radios de $0,1\mu m$

6.2. Problemas sobre electricidad atmosférica

Problema 1

Asuma que se producen pequeños iones a una tasa de $q = 10pares/cm^3$, que el coeficiente de recombinación es $= 1,6 \cdot 10^{-6}cm^3/s$, el coeficiente de adhesión es $= 10^{-6}cm^3/s$ y que la concentración de partículas es $N = 10^4cm^{-3}$.

1. ¿Cuál es la concentración de equilibrio de iones n (ignore diferencias entre iones positivos y negativos)?
2. ¿Cuales son las fracciones que desaparecen por recombinación y por adhesión?
3. Repita los cálculos para $N = 100cm^{-3}$.

Problema 2

La movilidad k de un ion está definida por la relación $v = kE$ donde v es la velocidad de deriva que el ión adquiere bajo la influencia de un campo eléctrico E . Asumiendo $k = 1,5\text{cm}^2/\text{Vs}$ para todos los iones, y que la concentración de iones positivos y negativos es 1000cm^{-3} de cada signo, calcule la conductividad σ del aire.

Problema 3

Una esfera metálica con una carga Q_0 está expuesta al aire sobre un soporte aislante. El aire tiene una conductividad de $2 \cdot 10^{-14}\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$, para lo cual se asume que los iones positivos y negativos contribuyen igualmente, y que el flujo de aire mantiene esta conductividad cerca de la superficie de la esfera. (a) Halle una expresión para el decaimiento de la carga Q_0 . (b) Halle el tiempo de relajación para este decaimiento, i.e. el tiempo para el cual Q ha caído a e^{-1} de su valor original Q_0 .

Problema 4

Asuma que en una nube de tormenta, las cargas principales son $+50C$ lejos y $-50C$ en los niveles más bajos. Calcule el campo eléctrico en el punto medio entre las cargas asumiendo dos modelos aproximados: (a) Las cargas se extienden horizontalmente sobre un radio de 5km , y están separadas por solamente 2km , de forma que el sistema puede ser aproximadamente tratado como un condensador plano paralelo. (b) Cada una de las cargas está distribuida con simetría esférica, y los centros están separados por 2km . La capacidad de un condensador de placas paralelas es $C = \epsilon_0 A/d$, donde ϵ_0 es la permitividad del vacío, A el área de las placas y d la distancia entre ellas.

Problema 5

(a) ¿Cuánta es la potencia desarrollada por una corriente pico de 10000A durante la descarga de retorno en un rayo nube a tierra, si la diferencia de potencial entre la nube y tierra es 108V ? (b) ¿Cuál es la potencia media para una duración total del rayo de $0,2\text{s}$, si este transfirió un total de 20C ?

7 Dinámica atmosférica

7.1. Problemas sobre dinámica atmosférica.

Problema 1

El campo del viento en una región de la atmósfera está dado por

$$V = \dot{x}(a_o + a_1x + a_2y) + \dot{y}(b_o + b_1x + a_1y)$$

Determine la aceleración de la porción de aire ubicada a $x = 0$ y $y = 0$.

Problema 2

Muestre que campo del viento dado en el problema anterior, está compuesto de una translación lineal, una expansión isotrópica y dos movimientos simples de cizalla.

Problema 3

Una porción de aire sobre la superficie terrestre se mueve hacia el norte horizontalmente desde el Ecuador sin interactuar con el resto de la atmósfera. Asuma que la velocidad inicial este-oeste de la porción de aire relativa a la Tierra es cero. Determine su velocidad este-oeste relativa a la Tierra cuando alcanza los $45^\circ N$.

Problema 4

Se dice que la atmósfera es incompresible si $D\rho/Dt = 0$. Muestre que en este caso la velocidad vertical puede determinarse a partir de la distribución horizontal del viento.

Problema 5

Unos 100 Joules de energía calórica se agregan a una columna hidrostática de aire encima de la superficie terrestre. Determine el aumento de la energía interna de la columna de aire.

Problema 6

La superficie de presión en una región de la atmósfera es 1000 mb . Suponga que la superficie de 900 mb está a una altura de $1,2 \text{ km}$. Estime la temperatura media del aire entre las superficies de 1000 y 900 mb .

Problema 7

Calcule la velocidad del viento geostrófico para un gradiente de presión de $0,03 \text{ mb/km}$. Sea $\rho = 10^{-3} \text{ gm cm}^{-3}$ y $f = 10^4 \text{ s}^{-1}$.

Problema 8

Haga un análisis dimensional para demostrar que, para escalas características de la circulación estratosférica a latitudes medias, los términos de Coriolis y métricos proporcionales a $\cos \phi$ son despreciables en la ecuación de movimiento.

Problema 9

El movimiento superficial debajo de un ciclón está descrito por la función de corriente y el potencial de velocidades

$$\psi(x, y) = \Psi_0 \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{L^2} \right] \right\}$$

$$\chi(x, y) = X_0 \left\{ \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{L^2} \right] \right\}$$

Determine la velocidad horizontal, la divergencia horizontal y la vorticidad vertical.

7.2. Preguntas.

1. Considere una porción cilíndrica de aire. El campo de velocidades en esta porción es la superposición de una contracción isotrópica y una rotación rígida. La velocidad angular del cilindro debe aumentar con el tiempo. ¿Por qué?
2. El espesor de una capa atmosférica entre dos superficies isobáricas es proporcional a su temperatura media. ¿Por qué?
3. La velocidad típica vertical en los sistemas en movimiento atmosféricos usualmente decrece con el aumento de las escalas horizontales de los sistemas. ¿Por qué?
4. Considere un sistema de baja presión en el Hemisferio Sur. ¿En qué dirección circula el aire alrededor del centro de baja presión?
5. La aproximación de viento geostrófico se rompe (i) en regiones ecuatoriales (ii) cerca de la superficie terrestre (iii) si las líneas isobáricas están curvadas y tienen pequeños radios de curvatura. Explique por qué.
6. Cerca de la superficie terrestre, el viento observado frecuentemente tiene una componente dirigida desde la región de alta presión hacia la región de baja presión. ¿Por qué?
7. La intensidad de un viento del oeste en regiones de latitudes medias es una buena indicación de la intensidad del gradiente de temperatura norte sur. ¿Por qué?

8. Cuando hay advección cálida, i.e. el aire sopla desde una región cálida hacia una región fría, el viento geostrófico rota en el sentido de las agujas del reloj con la altura. ¿Por qué?
9. Cuando la energía potencial es convertida en energía cinética en un sistema meteorológico de gran escala, la energía interna térmica del sistema también decrece. ¿Por qué?
10. Durante la estación invernal, las masas de aire continental tienden a ser mucho más frías que las masas de aire marítimo. ¿Por qué?
11. Los ciclones en latitudes medias siempre producen precipitación. ¿Por qué?
12. Los ciclones en latitudes medias usualmente se desarrollan a lo largo de frentes polares. ¿Por qué?